

GI_V_FYSP_0_3772

Σε αυτοκίνητο που κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με ταχύτητα μέτρου v_1 , ο οδηγός του φρενάρει οπότε το αυτοκίνητο διανύει διάστημα d_1 μέχρι να σταματήσει. Αν το αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα διπλάσιου μέτρου, δηλαδή $v_2 = 2v_1$, τότε για να σταματήσει πρέπει να διανύσει διάστημα d_2 .

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Αν το κινητό σε κάθε φρενάρισμα επιβραδύνεται με την ίδια επιβράδυνση, τότε ισχύει

α) $d_2 = 2d_1$

β) $d_2 = 3d_1$

γ) $d_2 = 4d_1$

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

Στο πρόβλημα που έχουμε ζητάμε να βρούμε μια σχέση μεταξύ των d_1 και d_2 . Έστω ότι το πρώτο κινητό χρειάζεται χρόνο t_1 για να σταματήσει ενώ το δεύτερο χρόνο t_2 . Το αυτοκίνητο στις δύο περιπτώσεις έχει την ίδια επιβράδυνση, έστω a , και κάνει ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα v_1 και v_2

αντίστοιχα. Οπότε θα έχουμε $d_1 = v_1 t_1 - \frac{1}{2} a t_1^2$ και $d_2 = v_2 t_2 - \frac{1}{2} a t_2^2$ αντίστοιχα. Εξετάζοντας τις δύο αυτές σχέσεις παρατηρούμε ότι γνωρίζουμε την επιβράδυνση και τη σχέση που συνδέει τις ταχύτητες, αλλά δεν γνωρίζουμε κάτι για τους χρόνους t_1 και t_2 . Γι' αυτό χρησιμοποιούμε τις εξισώσεις ταχύτητας.

Τη χρονική στιγμή t_1 το αυτοκίνητο σταματά. Οπότε, από την εξίσωση της ταχύτητας θα έχουμε:

$$v = v_1 - a t_1 \Rightarrow 0 = v_1 - a t_1 \Rightarrow v_1 = a t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v_1}{a}$$

Έτσι, η απόσταση που διανύει το αυτοκίνητο στην πρώτη περίπτωση είναι

$$d_1 = v_1 t_1 - \frac{1}{2} a t_1^2 \Rightarrow d_1 = v_1 \frac{v_1}{a} - \frac{1}{2} a \left(\frac{v_1}{a}\right)^2 = \frac{v_1^2}{a} - \frac{a v_1^2}{2 a^2} = \frac{v_1^2}{a} - \frac{v_1^2}{2a} \Rightarrow d_1 = \frac{v_1^2}{2a}$$

Για τη δεύτερη περίπτωση, η εξίσωση ταχύτητας δίνει:

$$v = v_2 - a t_2 \Rightarrow 0 = v_2 - a t_2 \Rightarrow v_2 = a t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{v_2}{a} \text{ οπότε η απόσταση είναι } d_2 = \frac{v_2^2}{2a}.$$

Σχηματίζουμε το λόγο $\frac{d_1}{d_2}$ για να βρούμε ποια σχέση έχουν μεταξύ τους οι δύο αποστάσεις.

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{\frac{v_1^2}{2a}}{\frac{v_2^2}{2a}} \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{v_1^2}{v_2^2}$$

Αλλά ισχύει ότι $v_2 = 2v_1$ άρα,

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{v_1^2}{(2v_1)^2} = \frac{v_1^2}{4v_1^2} \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow d_2 = 4d_1. \text{ Δηλαδή, σωστή επιλογή είναι η } (\gamma).$$

ΛΥΣΗ

Η απάντηση μπορεί να δοθεί με τρεις διαφορετικούς τρόπους.

A1. Το διάγραμμα που έχουμε είναι ταχύτητας – χρόνου. Γνωρίζουμε ότι σε ένα τέτοιο διάγραμμα, το εμβαδόν που σχηματίζεται από τη γραμμή που περιγράφει την κίνηση του σώματος και του άξονα του χρόνου, μας δίνει τη μετατόπιση του κινητού.

Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι η κίνηση του σώματος δεν γίνεται προς την ίδια κατεύθυνση, καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης.

GI_V_FYSP_0_4986

Ένα αρχικά ακίνητο σώμα, αρχίζει τη χρονική στιγμή $t = 0$ να κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση.

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Αν το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 είναι ίσο με v_1 , τότε τη χρονική στιγμή $t_2 = 2t_1$ το μέτρο της ταχύτητας είναι ίσο με:

α) $2v_1$

β) $4v_1$

γ) $\frac{v_1}{2}$

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμο ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Επομένως η εξίσωση της ταχύτητας για κάθε χρονική στιγμή θα δίνεται από τη σχέση $v = at$.

Για τη χρονική στιγμή t_1 θα έχουμε $v_1 = at_1$ ενώ για τη χρονική στιγμή t_2 θα έχουμε $v_2 = at_2$.

Σχηματίζουμε το λόγο $\frac{v_2}{v_1}$ για να βρούμε ποια σχέση έχουν μεταξύ τους τα μέτρα των ταχυτήτων.

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{at_2}{at_1} = \frac{t_2}{t_1} = \frac{2t_1}{t_1} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 2 \Rightarrow v_2 = 2v_1.$$

Επομένως σωστή επιλογή είναι η **(α)**.

ΛΥΣΗ

Η απάντηση μπορεί να δοθεί με τρεις διαφορετικούς τρόπους.

A1. Το διάγραμμα που έχουμε είναι ταχύτητας – χρόνου. Γνωρίζουμε ότι σε ένα τέτοιο διάγραμμα, το εμβαδόν που σχηματίζεται από τη γραμμή που περιγράφει την κίνηση του σώματος και του άξονα του χρόνου, μας δίνει τη μετατόπιση του κινητού.

Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι η κίνηση του σώματος δεν γίνεται προς την ίδια κατεύθυνση, καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης.

GI_V_FYSP_0_4989

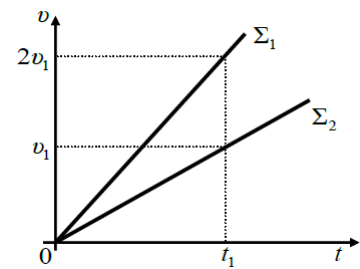
Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το διάγραμμα ταχύτητα – χρόνου, για δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 που κινούνται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση, σε οριζόντιο δρόμο.

A) Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Από τη χρονική στιγμή $t = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 , το διάστημα που έχει διανύσει το σώμα Σ_1 , είναι:

- α)** ίσο με το διάστημα που έχει διανύσει το σώμα Σ_2 .
- β)** διπλάσιο από το διάστημα που έχει διανύσει το σώμα Σ_2 .
- γ)** ίσο με το μισό του διαστήματος που έχει διανύσει το σώμα Σ_2 .

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.



ΛΥΣΗ

Η απάντηση στο πρόβλημα μπορεί να δοθεί με δύο τρόπους, γραφικά και υπολογιστικά.

Γραφικά

Γνωρίζουμε ότι σε κάθε διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου, το διάστημα που διανύει ένα κινητό δίνεται από το εμβαδόν του σχήματος που περικλείεται από γραμμή της ταχύτητας και τον άξονα του χρόνου.

Έστω ότι το διάστημα που διήνυσε το κινητό Σ_1 είναι d_1 . Τη χρονική στιγμή t_1 έχει ταχύτητα $2v_1$ και το εμβαδόν είναι $E = 2v_1 \cdot t_1 \Rightarrow d_1 = 2v_1 t_1$.

Έστω ότι το διάστημα που διήνυσε το κινητό Σ_2 είναι d_2 . d_1 . Τη χρονική στιγμή t_1 έχει ταχύτητα v_1 και το εμβαδόν είναι $E = v_1 \cdot t_1 \Rightarrow d_2 = v_1 t_1$.

Επομένως $d_1 = 2d_2$ και σωστή επιλογή είναι η **(β)**.

Υπολογιστικά

Το διάστημα d_1 που διήνυσε το πρώτο κινητό δίνεται από τη σχέση: $d_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2$. Από τον τύπο της ταχύτητας μπορούμε να υπολογίσουμε την επιτάχυνση a_1 .

$$2v_1 = a_1 t_1 \Rightarrow a_1 = \frac{2v_1}{t_1}.$$

Αντικαθιστώντας την τιμή της επιτάχυνσης στη σχέση του διαστήματος, έχουμε:

$$d_1 = \frac{1}{2} \frac{2v_1}{t_1} t_1^2 = v_1 t_1$$

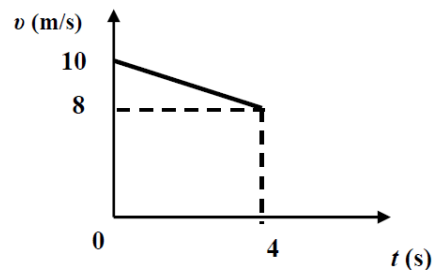
Για το κινητό Σ_2 θα έχουμε ανάλογα:

$$v_1 = a_2 t_1 \Rightarrow a_2 = \frac{v_1}{t_1} \text{ και } d_2 = \frac{1}{2} a_2 t_1^2 = \frac{v_1 t_1^2}{2t_1} \Rightarrow d_2 = \frac{v_1 t_1}{2}$$

Επομένως το διάστημα d_1 είναι διπλάσιο από το διάστημα d_2 και άρα σωστή επιλογή η **(β)**.

GI_V_FYSP_0_5082

Στο σχήμα που ακολουθεί φαίνεται η γραφική παράσταση της ταχύτητας ενός οχήματος που κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο, σε συνάρτηση με το χρόνο.



A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Η μετατόπιση του οχήματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ s έως τη χρονική στιγμή $t = 4$ s είναι ίση με:

α) 36 m

β) 40 m

γ) 32 m

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

Η λύση μπορεί να δοθεί είτε γραφικά είτε υπολογιστικά.

Γραφικά

Σε διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου, το εμβαδόν που περικλείεται από την ευθεία του διαγράμματος και του άξονα των χρόνων, δίνει την απόσταση που έχει διανύσει το κινητό στο αντίστοιχο χρονικό διάστημα.

Το σχήμα μεταξύ των χρονικών στιγμών $t = 0$ s και $t = 4$ s είναι τραπέζιο. Το εμβαδό ενός τραapeζίου

δίνεται από τη σχέση $E = \frac{(Βάση\ μεγάλη + βάση\ μικρή) \cdot ύψος}{2}$.

Από τις τιμές του διαγράμματος θα έχουμε:

$$s = \frac{(10+8) \cdot 4}{2} = \frac{18 \cdot 4}{2} \Rightarrow s = 36 \text{ m.}$$

Επομένως σωστή επιλογή είναι η **(α)**.

Υπολογιστικά

Το κινητό πραγματοποιεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Η σχέση που μας δίνει τη

διανυόμενη απόσταση είναι $s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$. Από τις τιμές του διαγράμματος θα υπολογίσουμε την

επιβράδυνση του κινητού.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{\text{τελ}} - v_{\text{αρχ}}}{t_{\text{τελ}} - t_{\text{αρχ}}} = \frac{8-10}{4-0} = \frac{-2}{4} \Rightarrow a = -0,5 \text{ m/s}^2. \text{ (Το αρνητικό πρόσημο επιβεβαιώνει το γεγονός ότι}$$

πρόκειται για επιβραδυνόμενη κίνηση).

Αντικαθιστούμε τις τιμές στον τύπο της απόστασης:

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 = 10 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 4^2 = 40 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 16 = 40 - 4 \Rightarrow s = 36 \text{ m.}$$

Επομένως σωστή επιλογή είναι η **(α)**.

GI_V_FYSP_0_5090

Δύο κινητά A και B κινούνται κατά μήκος του προσανατολισμένου άξονα x' , προς τη θετική φορά του άξονα και τη χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκονται και τα δύο στη θέση $x_0 = 0$. Οι εξισώσεις κίνησης των κινητών A και B είναι της μορφής $x_A = 6t$ (S.I.) και $x_B = 2t^2$ (S.I.) αντίστοιχα, για $t \geq 0$.

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Τα δύο κινητά θα βρεθούν στην ίδια θέση (εκτός της θέσης $x_0 = 0$), τη χρονική στιγμή:

α) $t_1 = 2$ s

β) $t_1 = 3$ s

γ) $t_1 = 1,5$ s

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

Από τις εξισώσεις κίνησης μπορούμε να προσδιορίσουμε το είδος της κίνησης που εκτελούν τα δύο κινητά. Το κινητό Α εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, καθώς η εξίσωση κίνησης είναι πρώτου βαθμού ως προς t , ενώ το κινητό Β εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα.

Όταν θα βρεθούν στην ίδια θέση θα ισχύει $x_A = x_B$. Επομένως:

$$x_A = x_B \Rightarrow 6t = 2t^2 \Rightarrow 3t = t^2 \Rightarrow t^2 - 3t = 0 \Rightarrow t(t - 3) = 0$$

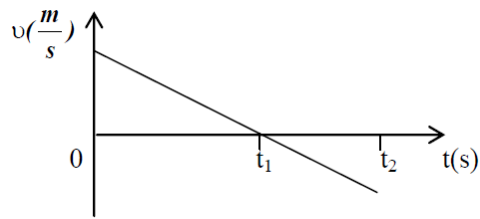
Για να ισχύει η παραπάνω εξίσωση θα πρέπει είτε $t = 0 \text{ s}$ είτε $t - 3 = 0 \Rightarrow t = 3 \text{ s}$.

Επομένως σωστή απάντηση είναι η **(β)**.

(Η τιμή $t = 0 \text{ s}$ ισχύει από τα δεδομένα του προβλήματος αφού τα δύο κινητά ξεκινούν από την ίδια θέση).

GI_V_FYSP_0_5112

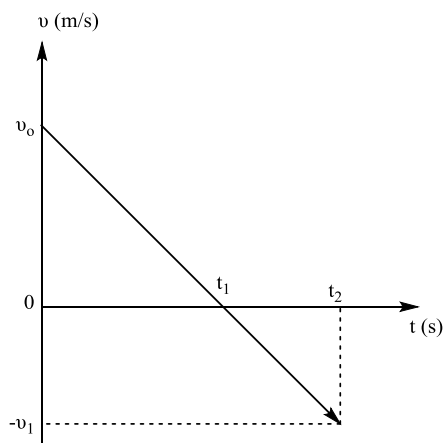
Ένα κινητό κινείται ευθύγραμμα και η τιμή της ταχύτητάς του μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



- A)** Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
Για το είδος της κίνησης του κινητού ισχύει:
- α)** Σε όλο το χρονικό διάστημα $0 \rightarrow t_2$ το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση
 - β)** Στο χρονικό διάστημα από $t_1 \rightarrow t_2$ το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση
 - β)** Στο χρονικό διάστημα από $t_1 \rightarrow t_2$ το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση
- B)** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

Το κινητό στο χρονικό διάστημα $0 \rightarrow t_2$ εκτελεί ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση, αφού η γραφική παράσταση είναι ευθεία γραμμή. Έστω η αρχική ταχύτητα v_0 τη χρονική στιγμή $t_1 = 0$ s και $-v_1$ τη χρονική στιγμή t_2 . Εξετάζουμε την κίνηση του σώματος στα δύο χρονικά διαστήματα, $0 \rightarrow t_1$ s και $t_1 \rightarrow t_2$ s.



Για το χρονικό διάστημα $0 \rightarrow t_1$ s η επιτάχυνση του σώματος θα είναι:

$$\vec{a}_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - \vec{v}_0}{t_1 - 0} \Rightarrow \vec{a}_1 = \frac{-\vec{v}_0}{t_1}. \text{ Αν μετατρέψουμε τη σχέση σε αλγεβρική, επειδή η τιμή } v_1 \text{ είναι θετική θα}$$

έχουμε: $\vec{a}_1 = \frac{-\vec{v}_0}{t_1} \Rightarrow a_1 = -\frac{v_0}{t_1}$, δηλαδή η επιτάχυνση και η ταχύτητα είναι **αντίρροπα** διανύσματα, και

επομένως η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη.

Για το χρονικό διάστημα $t_1 \rightarrow t_2$ s η επιτάχυνση του σώματος θα είναι

$$\vec{a}_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-\vec{v}_1 - 0}{t_2 - t_1} \Rightarrow \vec{a}_2 = \frac{-\vec{v}_1}{t_2 - t_1}. \text{ Αν μετατρέψουμε τη σχέση σε αλγεβρική, επειδή η τιμή } v_1 \text{ είναι αρνητική}$$

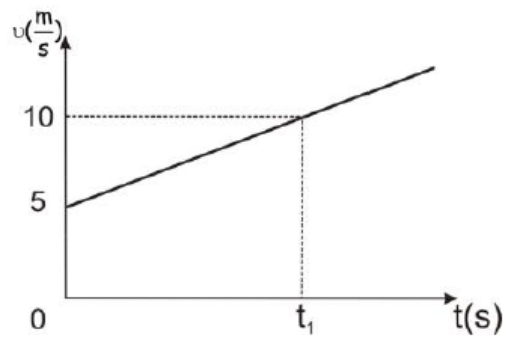
θα έχουμε: $\vec{a}_2 = \frac{-\vec{v}_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow a_2 = \frac{v_1}{t_1 - t_2}$, δηλαδή η επιτάχυνση και η ταχύτητα είναι **ομόρροπα** διανύσματα,

και επομένως η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη.

Άρα, σωστή επιλογή είναι η **(γ)**.

GI_V_FYSP_0_5515

Στην εικόνα που ακολουθεί παριστάνεται το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου ενός κινητού, που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση.



- A)** Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
Από το διάγραμμα αυτό, γνωρίζοντας τη χρονική στιγμή t_1 , προσδιορίζουμε
- α)** μόνο την επιτάχυνση του κινητού.
 - β)** μόνο τη θέση του κινητού τη χρονική στιγμή t_1 .
 - β)** την επιτάχυνση όπως και τη θέση του κινητού τη χρονική στιγμή t_1 .
- B)** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

Επειδή η γραφική παράσταση είναι ευθεία γραμμή, με θετική κλίση, το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Η εξίσωση της ταχύτητας είναι $v = v_0 + at$.

Εφαρμόζοντας την παραπάνω σχέση στα δεδομένα του προβλήματος θα έχουμε:

$10 = 5 + at_1$, δηλαδή γνωρίζοντας τη χρονική στιγμή t_1 μπορούμε να υπολογίσουμε την επιτάχυνση του σώματος.

Η εξίσωση της κίνησης δίνεται από τη σχέση:

$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ και με τα δεδομένα του προβλήματος θα έχουμε: $x = 5t_1 + \frac{1}{2} at_1^2$. Επομένως, γνωρίζοντας τη

χρονική στιγμή t_1 και την επιτάχυνση μπορούμε να προσδιορίσουμε τη θέση του σώματος.

Άρα η σωστή επιλογή είναι η **(γ)**.

GI_V_FYSP_0_6154

Ένα κινητό κινείται διέρχεται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s από τη θέση $x_0 = 0$ m ενός προσανατολισμένου άξονα O*x*, κινούμενο κατά μήκος του άξονα και προς τη θετική του φορά. Η εξίσωση της θέσης του σε συνάρτηση με το χρόνο είναι της μορφής $x = 5t + 2t^2$ (S.I).

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Το μέτρο της ταχύτητας του κινητού τη χρονική στιγμή $t = 5$ s, είναι ίσο με:

α) 5 m/s

β) 25 m/s

γ) 10 m/s

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ

Η εξίσωση της θέσης του κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο είναι της μορφής $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ και επομένως εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Συγκρίνοντας τη γενική σχέση με την εξίσωση θέσης του κινητού προκύπτει ότι $v_0 = 5 \text{ m/s}$ και επίσης $\frac{1}{2} a = 2 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$.

Άρα η εξίσωση της ταχύτητας του κινητού θα είναι $v = v_0 + at$ και για τη χρονική στιγμή $t = 5 \text{ s}$ θα έχουμε:
 $v = 5 + 4 \cdot 5 \Rightarrow v = 25 \text{ m/s}$.

Επομένως, σωστή επιλογή είναι η **(β)**.