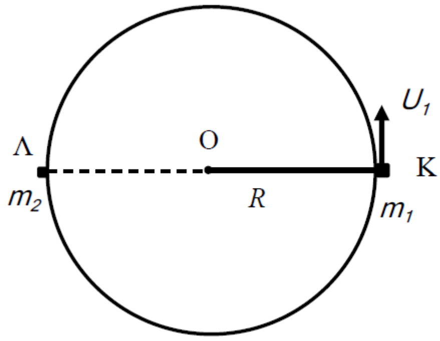
GI_V_FYSP_4_16095

Μια ράβδος μήκους $R = 1\ \mathrm{m}$ και αμελητέας μάζας βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από το σημείο Ο. Στο άλλο άκρο της είναι στερεωμένο σώμα $Σ_1$, μάζας $m_1 = 2\ \mathrm{kg}$ το οποίο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με γραμμική ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 20\ \mathrm{m/s}$, ξεκινώντας από το σημείο Κ. Στο σημείο Λ (αντιδιαμετρικό του Κ) βρίσκεται ακίνητο σώμα $Σ_2$ μάζας $m_2 = 1\ \mathrm{kg}$.



Δ1. Να σχεδιαστεί και να υπολογιστεί το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης που ασκείται στο σώμα $Σ_1$ από τη ράβδο.

Όταν το σώμα $Σ_1$ φτάνει στο σημείο Λ συγκρούεται με το σώμα $Σ_2$. Μετά την κρούση το σώμα $Σ_2$ αποκτά ταχύτητα μέτρου $\upsilon_2 = 20\ \mathrm{m/s}$ και κινείται ευθύγραμμα πάνω στο λείο επίπεδο στη διεύθυνση της εφαπτομένης του κύκλου στο σημείο Λ. Να θεωρήσετε ότι η κρούση είναι ακαριαία.

Δ2. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος $Σ_1$ αμέσως μετά την κρούση.

Δ3. Να βρεθεί ο λόγος $\frac{T_1}{T_2}$, όπου T_1 η περίοδος της ομαλής κυκλικής κίνησης πριν την κρούση και T_2 η περίοδος της ομαλής κυκλικής κίνησης μετά την κρούση.

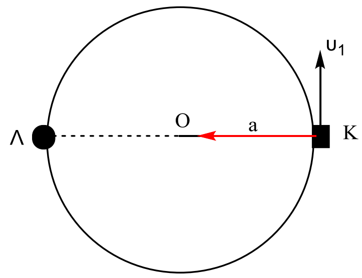
Δ4. Να βρεθεί η απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ την χρονική στιγμή που το σώμα $Σ_1$ μετά τη κρούση φτάνει στο σημείο Κ για πρώτη φορά.

Θεωρήστε για διευκόλυνση των πράξεων ότι $\pi^2 = 10$.

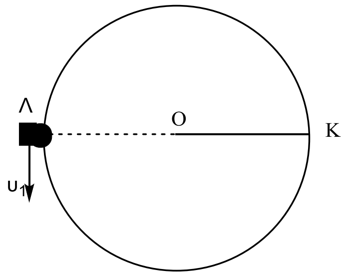
<u>ΛΥΣΗ</u>

Δ1. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η κεντρομόλος δύναμη. Διεύθυνση είναι η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς και φορά προς το κέντρο Ο. Το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης F δίνεται από τη σχέση

$$F=\frac{m\upsilon_1^2}{R}=\frac{2\cdot 20^2}{1}\Rightarrow F=800\ \mathrm{m/s^2}.$$



Δ2. Η χρονική στιγμή πριν την κρούση φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Επειδή στο σύστημα των δύο σωμάτων δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις, μπορούμε να το θεωρήσουμε μονωμένο, και επομένως θα ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής, δηλ. $\vec{P}_{1(\alpha\rho\chi)}+\vec{P}_{2(\alpha\rho\chi)}=\vec{P}_{1(\tau\varepsilon\lambda)}+\vec{P}_{2(\tau\varepsilon\lambda)}$. Θεωρώντας ως θετική φορά, τη διεύθυνση της ταχύτητας υ_1 πριν την κρούση, η παραπάνω σχέση μετασχηματίζεται αλγεβρικά:

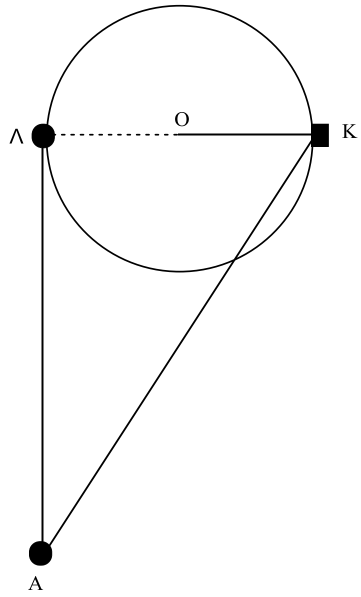


$$m_1\upsilon_1+0=m_1\upsilon_1'+m_2\upsilon_2\Rightarrow 2\cdot 20=2\cdot\upsilon_1'+1\cdot 20\Rightarrow \upsilon_1'=\frac{40-20}{2}\Rightarrow \upsilon_1'=20\ \mathrm{m/s}$$

Δ3. Η γραμμική ταχύτητα ενός σώματος που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, συνδέεται με την περίοδο με τη σχέση: $\upsilon=\dfrac{2\pi R}{T}$. Επομένως θα έχουμε:

$$\frac{\upsilon_1'}{\upsilon_1}=\frac{\dfrac{2\pi R}{T_2}}{\dfrac{2\pi R}{T_1}}\Rightarrow\frac{\upsilon_1'}{\upsilon_1}=\frac{T_1}{T_2}\Rightarrow\frac{T_1}{T_2}=\frac{10}{20}\Rightarrow\frac{T_1}{T_2}=\frac{1}{2}$$

Δ4. Επειδή το σώμα κινείται εφαπτομενικά, έπεται ότι η διαδρομή που θα ακολουθήσει θα είναι ευθεία γραμμή, κάθετη στη διάμετρο του κύκλου ΚΛ. Έστω τη χρονική στιγμή t που το σώμα m_1 φθάνει στο σημείο K για πρώτη φορά, το σώμα m_2 έχει φθάσει στο σημείο A. Η ζητούμενη απόσταση είναι η AK, η οποία είναι η υποτείνουσα του ορθογωνίου τριγώνου $AK\Lambda$, δηλ. $AK=\sqrt{A\Lambda^2+\Lambda K^2}$. Η πλευρά ΛK είναι ίση με τη διάμετρο του κύκλου, δηλ. $2R$. Η πλευρά $A\Lambda$ υπολογίζεται ως εξής.



Ο χρόνος που θα χρειασθεί το σώμα m_1 για να φθάσει από το σημείο Λ στο σημείο K είναι ίσος με το μισό της περιόδου.

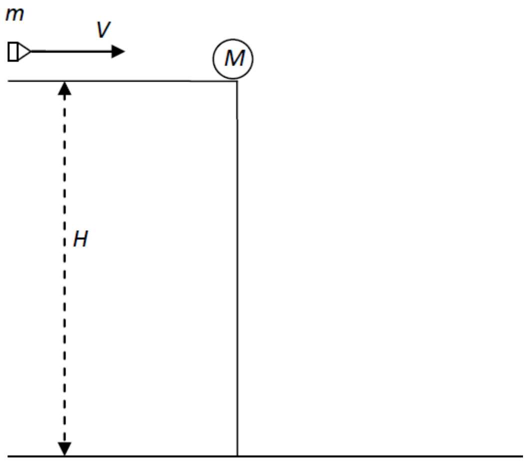
Επομένως: $\upsilon_1'=\dfrac{2\pi R}{T}\Rightarrow T=\dfrac{2\pi R}{\upsilon_1'}=\dfrac{2\pi\cdot 1}{20}\Rightarrow T=\dfrac{\pi}{10}$ s. Άρα ο χρόνος θα είναι $t=\dfrac{T}{2}=\dfrac{\frac{\pi}{10}}{2}\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{20}$ Σε αυτό το χρόνο το διάστημα $A\Lambda$ που θα έχει διανύσει το σώμα m_2 θα είναι:

$$A\Lambda=\upsilon_2 t=20\cdot\frac{\pi}{20}=\pi\ \mathrm{m}.$$

Επομένως η απόσταση AK θα είναι: $AK=\sqrt{\pi^2+(2R)^2}=\sqrt{10+4}\Rightarrow AK=\sqrt{14}\ \mathrm{m}$

GI_V_FYSP_4_16103

Σώμα μάζας $M = 5\ \mathrm{kg}$ βρίσκεται στην άκρη ενός επίπλου ύψους $H = 1{,}8\ \mathrm{m}$ όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Ένα βλήμα μάζας $m = 200\ \mathrm{g}$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα $V = 200\ \mathrm{m/s}$ και διαπερνά το σώμα M ακαριαία, εξερχόμενο με ταχύτητα $\upsilon = 50\ \mathrm{m/s}$.



Δ1. Υπολογίστε την ταχύτητα υ_o που θα αποκτήσει αμέσως μετά τη διάτρηση το σώμα M.

Δ2. Υπολογίστε την απώλεια μηχανικής ενέργειας κατά την διάτρηση του σώματος M από το m.

Δ3. Με τι χρονική διαφορά θα φθάσουν στο έδαφος τα δύο σώματα; Υπολογίστε την διαφορά των οριζόντιων αποστάσεων στις οποίες τα δύο σώματα θα συναντήσουν το έδαφος.

Δ4. Κάποια χρονική στιγμή t_1 η κινητική ενέργεια του σώματος M είναι 1,25 φορές μεγαλύτερη από την κινητική ενέργεια του σώματος M αμέσως μετά τη διάτρηση. Υπολογίστε τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή.

ΛΥΣΗ

Δ1. Επειδή τα σώματα βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο ύψος πριν και μετά τη διάτρηση και δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις, μπορούμε να τα θεωρήσουμε ως μονωμένο σύστημα, οπότε ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής, δηλ. $\vec{P}_{(\alpha\rho\chi)} = \vec{P}_{(\tau\varepsilon\lambda)} \Rightarrow \vec{P}_{m(\alpha\rho\chi)} + \vec{P}_{M(\alpha\rho\chi)} = \vec{P}_{m(\tau\varepsilon\lambda)} + \vec{P}_{M(\tau\varepsilon\lambda)}$, όπου $\vec{P}_m$ η ορμή του σώματος μάζας m και $\vec{P}_M$ η ορμή του σώματος μάζας M. Θεωρώντας ως θετική κατεύθυνση τη φορά κίνησης του βλήματος, η παραπάνω σχέση γίνεται (λαμβάνοντας υπόψη ότι το σώμα μάζας M στην αρχή είναι ακίνητο)

$$mV + 0 = m\upsilon + M\upsilon_o \Rightarrow mV - m\upsilon = M\upsilon_o \Rightarrow \upsilon_o = \frac{m(V-\upsilon)}{M} \Rightarrow \upsilon_o = \frac{0,2(200-50)}{5} \Rightarrow \upsilon_o = 6 \text{ m/s}$$

Δ2. Τα σώματα κατά τη διάτρηση παραμένουν στο ίδιο ύψος από το έδαφος, οπότε δεν υπάρχει μεταβολή στη δυναμική ενέργεια των σωμάτων. Επομένως, η μεταβολή της μηχανικής ενέργειας οφείλεται μόνο στη μεταβολή της κινητικής τους ενέργειας.
Κινητική ενέργεια πριν (αφορά μόνο το βλήμα)

$$E_1 = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}\cdot 0,2\cdot 200^2 \Rightarrow E_1 = 4000\,\text{J}$$

Κινητική ενέργεια μετά (άθροισμα κινητικής ενέργειας βλήματος και κινητικής ενέργειας σώματος)

$$E_2 = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}M\upsilon_o^2 = \frac{1}{2}\cdot 0,2\cdot 50^2 + \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 6^2 \Rightarrow E_2 = 250+90 \Rightarrow E_2 = 340\text{ J}$$

Άρα, η μεταβολή της μηχανικής ενέργειας είναι: $\Delta E = 4000 - 340 \Rightarrow \Delta E = 3660\text{ J}$

Δ3. Το βλήμα και το σώμα εκτελούν οριζόντια βολή. Λόγω της αρχής ανεξαρτησίας των κινήσεων ο χρόνος ισούται με το χρόνο που τα σώματα εκτελούν ελεύθερη πτώση. Εφόσον βρίσκονται στο ίδιο ύψος **δεν θα υπάρχει χρονική διαφορά μεταξύ τους.**
Για να υπολογίσουμε τη διαφορά των αποστάσεων, υπολογίζουμε πρώτα το χρόνο που θα κινηθούν τα δύο σώματα, λόγω ελεύθερης πτώσης.

$$H = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 1,8 = \frac{1}{2}\cdot 10\cdot t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{1,8\cdot 2}{10} \Rightarrow t^2 = 0,36 \Rightarrow t = \sqrt{0,36} \Rightarrow t = 0,6\,\text{s}$$

Κατά την οριζόντια συνιστώσα, τα σώματα εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Αν η οριζόντια απόσταση που θα διανύσει το βλήμα και το σώμα είναι x_m και x_M αντίστοιχα, θα ισχύει:

$x_m = \upsilon t \Rightarrow x_m = 50\cdot 0,6 \Rightarrow x_m = 30\text{ m}$ και

$x_M = \upsilon_o t \Rightarrow x_M = 6\cdot 0,6 \Rightarrow x_M = 3,6\text{ m}$

Επομένως η διαφορά των αποστάσεων θα είναι:
$\Delta x = x_m - x_M = 30 - 3,6 \Rightarrow \Delta x = 26,4\text{ m}$

Δ4. Έστω ότι τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα βρίσκεται σε ύψος d από το έδαφος. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, θα έχουμε $K_o + U_o = K + U$ όπου K_o και U_o η αρχική κινητική και δυναμική ενέργεια αντίστοιχα, και K και U η κινητική και δυναμική ενέργεια τη χρονική στιγμή t_1.

$$K_o + U_o = K + U \Rightarrow K_o + mgH = 1,25K_o + mgd \Rightarrow mgd = mgH - 0,25K_o \Rightarrow$$

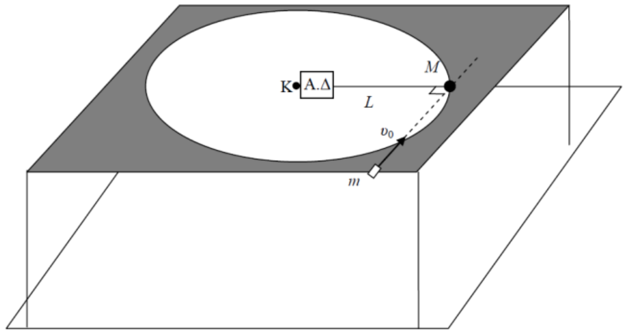
$$mgd = mgH - 0,25\cdot\frac{1}{2}m\upsilon_o^2 \Rightarrow d = H - \frac{\upsilon_o^2}{8g} \Rightarrow d = 1,8 - \frac{36}{8\cdot 10} \Rightarrow d = 1,35\text{ m}$$

Εφόσον το σώμα απέχει από το έδαφος 1,35 m, έπεται ότι κατά την ελεύθερη πτώση θα έχει διανύσει απόσταση s ίση με $s = H - d \Rightarrow s = 1,8 - 1,35 \Rightarrow s = 0,45\text{ m}$

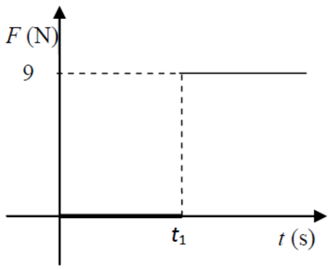
$$d = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{2d}{g} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2d}{g}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}45}{10}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{0{,}9}{10}} = \sqrt{\frac{9}{100}} = \frac{3}{10} \Rightarrow t = 0{,}3 \text{ s}$$

GI_V_FYSP_4_16105

Πάνω σε ένα τραπέζι βρίσκεται ακίνητο σώμα μάζας $M = 3\ \mathrm{kg}$ δεμένο με τη βοήθεια ενός αισθητήρα δύναμης (Α.Δ) από ένα σημείο Κ στην άκρη νήματος μήκους $L = 1\ \mathrm{m}$ όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Κάποια στιγμή εκτοξεύουμε σώμα μάζας $m = 1\ \mathrm{kg}$ που βρίσκεται στην άκρη του τραπεζιού και μπορεί να ολισθάνει πάνω σε αυτό έχοντας συντελεστή τριβής $\mu = 0,4$ με ταχύτητα υ_o, η προέκταση της οποίας σχηματίζει γωνία 90^o με το νήμα, οπότε το σώμα μάζας m σφηνώνεται στο σώμα μάζας M και σχηματίζεται συσσωμάτωμα.



Το συσσωμάτωμα κινείται χωρίς τριβή στο τραπέζι. Τα δεδομένα από τον Α.Δ φαίνονται, επεξεργασμένα, στην ακόλουθη γραφική παράσταση.



Δ1. Εξηγήστε τι συμβαίνει τη χρονική στιγμή t_1, κατά την οποία αλλάζει το μέτρο της δύναμης.

Δ2. Υπολογίστε την ταχύτητα που αποκτά το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση.

Δ3. Υπολογίστε την ταχύτητα του σώματος μάζας m λίγο πριν την κρούση καθώς και την ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική κατά την κρούση.

Δ4. Αν η απόσταση που διανύει το σώμα μάζας m από τη θέση που εκτοξεύτηκε μέχρι τη θέση που συγκρούτηκε πλαστικά με το σώμα μάζας M είναι $2\ \mathrm{m}$, υπολογίστε την ταχύτητα εκτόξευσης υ_o

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

ΛΥΣΗ

Δ1. Το σώμα μάζας M μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 είναι ακίνητο, και επομένως η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται είναι ίση με 0. Τη χρονική στιγμή t_1 συμβαίνει η πλαστική κρούση που περιγράφεται. Δηλαδή το σώμα αποκτά ταχύτητα, οπότε υπάρχει μεταβολή στην ορμή και άρα από το 2^o Νόμο του Newton θα έχουμε: $F = \dfrac{\Delta p}{\Delta t}$, δηλαδή θα ασκηθεί δύναμη.

Δ2. Έστω ότι η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι υ. Η πρώτη σκέψη για τον υπολογισμό της ταχύτητας του συσσωματώματος θα ήταν μέσω της Αρχής Διατήρησης της Ορμής. Αλλά από τα δεδομένα του προβλήματος, δεν έχουμε καμία τιμή ταχύτητας. Οπότε στρεφόμαστε στο διάγραμμα, το οποίο δείχνει ότι μετά την κρούση, ασκείται σταθερή δύναμη στο σώμα μάζας M. Επειδή το σώμα είναι δεμένο με σχοινί, και κινείται χωρίς τριβές, θα πραγματοποιήσει ομαλή κυκλική κίνηση, ακτίνας ίσης με το μήκος του σχοινιού, και η δύναμη F θα παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης. Επομένως:

$$F = \frac{(M+m)\upsilon^2}{L} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{FL}{(M+m)}} = \sqrt{\frac{9\cdot 1}{(3+1)}} = \sqrt{\frac{9}{4}} \Rightarrow \upsilon = \frac{3}{2} = 1{,}5 \text{ m/s}$$

Δ3. Έστω ότι η ταχύτητα του σώματος μάζας m είναι V ακριβώς πριν την κρούση. Αφού έχουμε υπολογίσει την ταχύτητα του συσσωματώματος, μπορούμε να εφαρμόσουμε την αρχή διατήρησης της ορμής, για να υπολογίσουμε την ταχύτητα V. Θεωρώντας ως θετική φορά την ταχύτητα κίνησης του συσσωματώματος θα έχουμε:

$$\vec{P}_{(\alpha\rho\chi)} = \vec{P}_{(\tau\varepsilon\lambda)} \Rightarrow mV + 0 = (M+m)\upsilon \Rightarrow V = \frac{(M+m)\upsilon}{m} = \frac{(3+1)\cdot 1{,}5}{1} \Rightarrow V = 6 \text{ m/s}$$

Το ποσόν της θερμότητας που εκλύεται λόγω της κρούσης θα υπολογιστεί από τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας πριν και μετά την κρούση.

$$K_{(\alpha\rho\chi)} = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 6^2 \Rightarrow K_{(\alpha\rho\chi)} = 18 \text{ J}$$

$$K_{(\tau\varepsilon\lambda)} = \frac{1}{2}(M+m)\upsilon^2 = \frac{1}{2}\cdot(3+1)\cdot 1{,}5^2 \Rightarrow K_{(\tau\varepsilon\lambda)} = 4{,}5 \text{ J}$$

$$Q = K_{(\tau\varepsilon\lambda)} - K_{(\alpha\rho\chi)} = 4{,}5 - 18 \Rightarrow Q = -13{,}5 \text{ J}$$

(Το αρνητικό πρόσημα δείχνει ότι έχουμε έκλυση ενέργειας από το συσσωμάτωμα προς το περιβάλλον).

Δ4. Κατά την κίνηση του σώματος μάζας m από την άκρη του τραπεζιού μέχρι στο σημείο της κρούσης, οι δυνάμεις που ασκούνται είναι το βάρος, η κάθετη αντίδραση του δαπέδου και η τριβή. Επειδή το σώμα κινείται οριζόντια, η τριβή θα δίνεται από τη σχέση: $T = \mu B \Rightarrow T = \mu mg$. Εφαρμόζοντας το Θεώρημα της Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας, θα έχουμε:

$$\frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_o^2 = Ts \Rightarrow \frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_o^2 = \mu mgs \Rightarrow V^2 - \upsilon_o^2 = 2\mu gs \Rightarrow \upsilon_o^2 = V^2 - 2\mu gs \Rightarrow$$

$$\upsilon_o = \sqrt{V^2 - 2\mu gs} = \sqrt{6^2 - 2\cdot 0{,}4\cdot 10\cdot 2} = \sqrt{20} \Rightarrow \upsilon_o = 2\sqrt{5} \text{ m/s}$$

GI_V_FYSP_4_16109

Αεροπλάνο κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 100$ m/s σε ύψος $h = 405$ m από το έδαφος. Στο έδαφος κινείται αντίρροπα όχημα με ταχύτητα μέτρου υ_2, στην ίδια διεύθυνση κίνησης με το αεροπλάνο. Όταν το αεροπλάνο απέχει από το όχημα οριζόντια απόσταση $s = 989$ m, αφήνεται μια βόμβα. Η βόμα αστοχεί γιατί το όχημα έχει προσπεράσει το σημείο επαφής της βόμβας με το έδαφος κατά $x = 1$ m.

Δ1. Να υπολογισθεί ο χρόνος καθόδου της βόμβας.

Δ2. Να υπολογισθεί η ταχύτητα του οχήματος.

Δ3. Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας της βόμβας τη στιγμή της πρόσκρουσης στο έδαφος.

Δ4. Αν το όχημα κινούνταν με ταχύτητα ίσου μέτρου με αυτή που υπολογίσθηκε στο Δ2 αλλά ομόρροπα με το αεροπλάνο, σε ποια οριζόντια απόσταση s' έπρεπε ο πιλότος να αφήσει τη βόμβα, ώστε αυτή να πετύχει το όχημα;

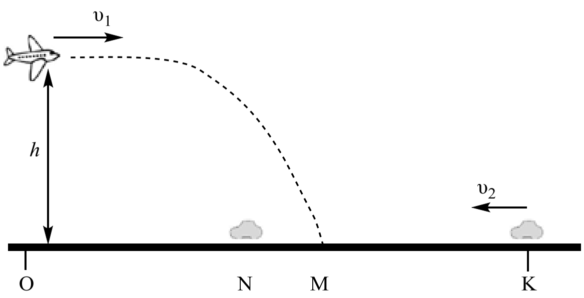
Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνει της γης είναι: $g = 10$ m/s^2.

ΛΥΣΗ

Δ1. Η βόμβα εκτελεί οριζόντια βολή, με αρχική ταχύτητα την ταχύτητα του αεροπλάνου. Επομένως, ο χρόνος καθόδου της θα δίνεται από τη σχέση της ελεύθερης πτώσης.

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t^2 = \frac{2h}{g} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 405}{10}} \Rightarrow t = 9 \text{ s}$$

Δ2. Η εικόνα που θα υπάρχει όταν η βόμβα φθάσει στο έδαφος, είναι αυτή του διπλανού σχήματος. Η αρχική απόσταση αεροπλάνου αυτοκινήτου είναι OK. Στο χρόνο t που χρειάσθηκε η βόμβα για να φθάσει στο έδαφος, και να διανύσει την οριζόντια απόσταση OM, το αυτοκίνητο έχει διανύσει την απόσταση KN, οπότε η ταχύτητά του θα είναι $\upsilon_2 = \frac{KN}{t}$. Από το σχήμα φαίνεται ότι $KN = KM + MN = OK - OM + MN$



Βρίσκουμε αρχικά το διάστημα που διένυσε η βόμβα μέχρι να προσκρούσει στο έδαφος

$$x = \upsilon_1 t \Rightarrow x = 100 \cdot 9 \Rightarrow x = 900 \text{ m}$$

και αντικαθιστούμε στην προηγούμενη σχέση: $KN = OK - OM + MN = 989 - 900 + 1 \Rightarrow KN = 90 \text{ m}$

Άρα η ταχύτητα του αυτοκινήτου είναι: $\upsilon_2 = \frac{KN}{t} \Rightarrow \upsilon_2 = \frac{90}{9} \Rightarrow \upsilon_2 = 10 \text{ m/s}$

Δ3. Το μέτρο της ταχύτητας, V, της βόμβας μπορεί να υπολογιστεί με τη βοήθεια της Αρχής Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας. Στην αρχική θέση η βόμβα κινείται με την ταχύτητα του αεροπλάνου (άρα έχει κινητική ενέργεια) και βρίσκεται σε ύψος h από το έδαφος (άρα έχει δυναμική ενέργεια). Όταν προσκρούσει στο έδαφος θα έχει μόνο κινητική ενέργεια. Επομένως:

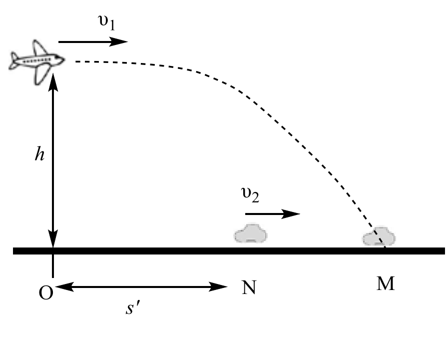
$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + mgh = \frac{1}{2}mV^2 \Rightarrow \frac{\upsilon_1^2 + 2gh}{2} = \frac{V^2}{2} \Rightarrow$$

$$V = \sqrt{\upsilon_1^2 + 2gh} \Rightarrow V = \sqrt{100^2 + 2 \cdot 10 \cdot 405} \Rightarrow V = \sqrt{18100} \text{ m/s}$$

Με άλλο τρόπο θα μπορούσαμε να πούμε ότι η ταχύτητα στο σημείο πρόσκρουσης θα είναι το διανυσματικό άθροισμα της οριζόντιας συνιστώσας (η οποία είναι ίση με την αρχική ταχύτητα αφού η βόμβα κατά την οριζόντια συνιστώσα κινείται ομαλά), και της κατακόρυφης συνιστώσας λόγω ελεύθερης πτώσης. Η κατακόρυφη συνιστώσα θα είναι $\upsilon_y = gt = 10 \cdot 9 \Rightarrow \upsilon_y = 90 \text{ m/s}$

Επομένως: $V = \sqrt{\upsilon_1^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{100^2 + 90^2} \Rightarrow V = \sqrt{18100} \text{ m/s}$

Δ3. Έστω ότι η ζητούμενη απόσταση είναι η ON. Στο χρόνο που θα χρειαστεί η βόμβα για να φθάσει στο έδαφος, το αυτοκίνητο θα έχει διανύσει την απόσταση NM. Επειδή δεν υπάρχει αλλαγή στο ύψος και την ταχύτητα του αεροπλάνου, ο χρόνος θα είναι αυτός που βρέθηκε στο ερώτημα Δ1, δηλαδή $t = 9$ s ενώ η οριζόντια απόσταση OM που θα διανύσει η βόμβα είναι 900 m. Στον ίδιο χρόνο το αυτοκίνητο θα έχει διανύσει την απόσταση NM η οποία θα είναι:



$NM = \upsilon_2 t = 10 \cdot 9 = 90$ m.

Από το σχήμα φαίνεται ότι $ON = OM - NM$. Επομένως: $ON = 900 - 90 \Rightarrow s' = 810$ m.